ETF における実現ボラティリティの特性の比較

同志社大学商学部教授　牧　　大　樹

－ 目　　次 －

1．はじめに
2．実現ボラティリティと分析モデル
3．実証分析
4．結　論

1．はじめに

ETFs（exchange-traded funds）は、年々資金流入が増え、市場における役割も重要となっている。2021年において世界の ETF 市場規模は約10兆 US ドルとなっており、10年で７倍以上の規模となっている。Liebi(2020)では近年の金融市場における ETF の重要性を指摘しており、ETF の研究を流動性、ボラティリティ、連動性の観点からレビューしている。また、株式型 ETF だけでなく、債券型や商品型等の ETF も増加しており、それらへの資金流入が続いている。実際、Covid-19の対応のために行われた金融緩和の影響による株式型 ETF への資金流入や、ウクライナ戦争やインフレの影響による債券型や商品型への資金流入も見られる。市場連動や特定のテーマに関する銘柄について、数十から数百の銘柄を少額･低コストかつ高頻度に取引できる ETF は、機関投資家だけでなく個人投資家にとっても魅力的な投資信託となる。ETF 市場の拡大は流動性を高め、市場の活性化につながる一方、特定の構成銘柄や市場に影響を与えることもあり得るだろう。

ETF 市場の拡大は、ETF の市場流動性やその指標の１つである出来高を増加させる。そのため、ETF の構成銘柄のボラティリティにも影響を与えることになる。例えば、Ben-David, Franzoni, and Moussawi（2018）は、ETF が原資産のボラティリティに与える影響を検証している。そこでの分析結果から、ETF の所有は、原資産のボラティリティに明確に影響を与えていることを示している。また、彼らは流動性取引仮説（liquidity trading hypothesis）の検証も行っている。流動性取引仮説によれば、ETF の保有率が高い銘柄は、他の条件が同じであれば、より高いボラティリティを示す。また、Tseng, Lee, and Chen（2015）では、出来高と ETF の関係を検証している。各国の代表的株価指数に連動する ETF ついて、出来高を考慮することで、ボラティリティの予測が改善されることを示している。Wang and Xue (2019) は、ETF のフローが構成する原資産のボラティリティの増加に関連することを指摘している。さらに、吉田（2021）は、日本の ETF 市場のマーケットマイクロストラクチ

ャーをボラティリティの観点から検証している。TOPIX と日経平均株価に連動する ETF のボラティリティを計測し、ETF のボラティリティは連動対象の株価指数とは異なる可能性を指摘している。

これまでの ETF のボラティリティに関する研究では、株式が構成要素の中心となる ETF の分析に焦点を当てており、債券や商品などの代表的な ETF の性質やそれらの特性の違いについては明らかになっていない。Qiao, Jiang, and Yang（2022）では非対称な実現ボラティリティを使用し、VIX の期間構造の予測を行っているが、ETF の種類による特性の違いは検証されていない。したがって、ETF のボラティリティについて株価連動型、債券連動型、商品連動型等の特性の違いを明らかにできれば、投資家や政策当局者にとってリスク管理における有益な情報を得られる。株式連動型以外の ETF の分析として、例えば、Xu, Bouri, Saeed, and Wen（2020）は商品型 ETF（原油、金、銀）の高頻度データやボラティリティを使用して、日中リターンの予測可能性を検証している。分析から、日中リターンの予測可能性は存在するが、そのパターンは異なることを示している。これは、ETF の種類によって、実現ボラティリティの特性が異なる可能性を示唆している。

本研究の目的は、代表的な ETF の実現ボラティリティについて、それぞれどのような特徴を持つかを検証し、予測精度を比較・検証することである。対象としては、株価指数、資源、債券、原油の ETF を取り上げ、それぞれの ETF で実現ボラティリティがどのような特性を持つかを明らかにする。本研究を実行することで、様々な種類の ETF の実現ボラティリティがどのような特徴を持つかを明らかにでき、ETF に関する実現ボラティリティモデルの精緻化や予測精度の向上が期待できる。したがって、ETF の分析を通して代表的な市場のリスク特性を示すだけでなく、金融資産のリスク管理にとっても有益な情報を提供できる可能性がある。

金融市場の各種ノイズや経済・金融危機、景気循環、経済政策の変更等は、実現ボラティリティの動きに様々な影響をもたらす。近年の実現ボラティリティの研究では、非対称性の考慮が重要視されてきているが、ETF の実現ボラティリティに関する研究においては、株価指数、商品、石油価格等について、非対称性が考慮されておらず、非対称性に基づく特性の違いが明らかにされていない。例えば、株価指数 ETF には非対称性としてレバレッジ効果や正負の日中リターンの影響を考慮した実現ボラティリティが有効である一方、資源価格の ETF には、ジャンプや出来高の非対称性が大きな影響を与えることも考えられる。そこで、本研究では、実現ボラティリティに非対称性の要素を考慮したモデルを使用し、ETF 間の特性の違いを明らかにする。具体的には、日中リターンに基づく実現半分散（realized semivariance）とレバレッジ効果に付け加え、出来高とジャンプについても非対称性を導入して分析する。実証分析の結果、代表的な ETF がそれぞれ特徴的な性質を持つことが明らかになり、それを利用することで実現ボラティリティの予測改善にもつながることが示される。

本論文の構成は、次のとおりである。2 節では本研究で使用する分析手法を示す。3 節では使用するモデルの推定結果と予測精度の比較を行う。4 節で本論文の結論を述べる。

2.　実現ボラティリティと分析モデル

実現ボラティリティは、高頻度データを使用して日中のリターンから推定されるボラティリティである。株価の対数価格 p_t が標準的なジャンプ拡散過程に従うとする。

$$dp_t = \mu_t dt + \sigma_t dW_t + k_t dq_t \tag{1}$$

ここで、μ_t はドリフト項、$\sigma_t > 0$ はボラ

ティリティ、W_t は標準ブラウン運動を示す。q_t はジャンプを構成する計数過程であり、ジャンプが起こるときは $dq_t = 1$、起こらないときは $dq_t = 0$ となる。k_t はジャンプの大きさを表す。

観測時点を$t = 1, \cdots, T$日までとしたとき、$t-1$日から t 日までの２次変動（確率過程の差分の２乗和の極限値）は次のようになる。

$$QV_t = \int_{t-1}^{t} \sigma_s^2 ds + \sum_{t-1<s\leq t} k_s^2, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

ここで、$\int_{t-1}^{t} \sigma_s^2 ds$ は累積分散であり、$\sum_{t-1<s\leq t} k_s^2$ は $t-1$ と t の間のジャンプ成分を示す。(2)で示されるように、時点 t のボラティリティは、連続的な要素と不連続な要素で構成される。

QV_t の推定をするために使用されるのが実現ボラティリティである。実現ボラティリティは日中の高頻度データから得られるリターンの２乗を合計して得られる。

$$RV_t = \sum_{j=1}^{n} r_{t,j}^2, \quad t = 1, \cdots, T \quad (3)$$

$r_{t,j}$は取引日tにおけるj番目($j = 1, \cdots, n$)の日中リターンである。$n \to \infty$ のとき、実現ボラティリティは QV_t の一致推定量となる。

$$RV_t \xrightarrow{p} QV_t \quad (4)$$

Barndorff-Nielsen and Shephard（2004）は下記に与えられる Bipower Variation(BV_t) が QV_t における累積分散の一致推定量であることを示している。

$$BV_t = \mu_1^{-2} \sum_{j=2}^{n} |r_{t,j}||r_{t,j-1}| \xrightarrow{p} \int_{t-1}^{t} \sigma_s^2 ds \quad (5)$$

ここで、$\mu_1 = \sqrt{\pi/2}$ を示す。(2)、(4)、(5) から、時点 t におけるジャンプ成分 $J_t = \sum_{t-1<s\leq t} k_s^2$ は次の式から得られる。

$$J_t = \max[RV_t - BV_t, 0] \quad (6)$$

(3) で示される実現ボラティリティの動きを説明するために使用される代表的なモデルが、Corsi（2009）によって提案された Hererogeneous Autoregressive（HAR）モデルである。HAR モデルは実証分析のためのモデルとして、単純で扱いやすい構造を持っている。HAR モデルは次のように表される。

HAR:

$$\ln RV_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln RV_{t-1} + \alpha_2 \ln RV_{t-1}^{w} + \alpha_3 \ln RV_{t-1}^{m} + \epsilon_t \quad (7)$$

ここで、$RV_{t-1}^{w} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} RV_{t-i}$と$RV_{t-1}^{m} = \frac{1}{22}\sum_{i=1}^{22} RV_{t-i}$ は RV_t の週次平均と月次平均であり、ϵ_t は誤差項である。HAR モデルは週次平均や月次平均を使用することで、ボラティリティの長期記憶の特性を考慮できる。HAR モデルでは実現ボラティリティのレベル変数が使用されることもあるが、実現ボラティリティの不均一分散の影響を緩和することと実現ボラティリティの予測時における非負性を保証するため、本論文では対数モデルを使用する。

Andersen, Bollerslev, and Diebold（2007）では HAR モデルにジャンプ成分を考慮している。ボラティリティの変動に影響を与える出来高をジャンプ成分を考慮するモデルに付け加えると、以下のモデル（HAR-JT）で表現される。

HAR-JT:

$$\ln RV_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln RV_{t-1} + \alpha_2 \ln RV_{t-1}^{w} + \alpha_3 \ln RV_{t-1}^{m} + \beta \ln(J_{t-1}+1) + \phi LSV_{t-1} + \epsilon_t \quad (8)$$

(8)において$LSV_{t-1} = \ln SV_{t-1}$であり、SV_t は日次の出来高を示す。ジャンプと出来高の効果は、それぞれ β と ϕ の有意性によって検証される[(1)]。対数のジャンプ変数が $\ln(J_{t-1}+1)$で表されるのは、ジャンプがないときに変数の値が０となるようにするためである。Karpoff（1987）、Andersen（1996）、Louhichi（2011）や Liu, Lee, and Choo（2021）

など、多くの研究で出来高がボラティリティに正の効果を持つことを指摘している。ジャンプと出来高においても週次平均や月次平均を考慮することも可能だが、直近の影響を直接的に検証するため、本論文では日次の効果のみを実現ボラティリティ分析の対象とする。

HAR や HAR-JT モデルは実現ボラティリティを説明する変数に非対称性を考慮しておらず、前日の実現ボラティリティやジャンプ、出来高が上昇しても減少しても、与える効果は等しい。様々な ETF はそれぞれ異なる特性を持っている可能性が高く、それらを明らかにするため、Audrino and Hu（2016）や Maki and Ota（2021）のように非対称性を考慮した実現ボラティリティモデルが有効となり得る。本研究では３つの非対称性を考慮して実現ボラティリティの分析を行う。最初の非対称性として挙げられるのが、実現半分散（Realized Semivariance）である。実現半分散の概念は、実現ボラティリティを正と負のリターンの要素に分解するもので、Barndorff-Nielsen, Kinnebrock, and Shephard（2010）によって導入された。Chen and Ghysels（2011）では、実現半分散にジャンプの要素を考慮したモデルを使用している。Patton and Sheppard（2015）では実現半分散を使用した HAR モデルを提案している。正と負の実現半分散の推定量はそれぞれ次のように示される。

$$RSV_t^+ = \sum_{j=1}^{n} r_{t,j}^2 I\{r_{t,j} > 0\} \tag{9}$$

$$RSV_t^- = \sum_{j=1}^{n} r_{t,j}^2 I\{r_{t,j} < 0\} \tag{10}$$

$I\{\cdot\}$は指標関数であり、$I\{\cdot\}$が真であれば１を取り、そうでない場合は０を取る。正の実現半分散(9)では、日中のリターンが正の時にその２乗を合計しており、負の実現半分散(10)は、日中のリターンが負の場合にリターンの２乗を合計する。

第２の非対称性は、ジャンプ項についてである。Tauchen and Zhou（2011）や Corsi and Renò（2012）、Prokopczuk, Symeonidis, and Simen（2016）では、日次のリターンに基づく非対称なジャンプの要素を導入している[(2)]。ここでは、次のような非対称ジャンプ変数を採用する。

$$J_t^+ = J_t I_{\{r_t > 0\}} \tag{11}$$

$$J_t^- = J_t I_{\{r_t < 0\}} \tag{12}$$

これらの非対称なジャンプの要素は、日次のリターンの符号に依存する。

第３の非対称性は、出来高である。実現半分散やジャンプと同様、出来高についても、リターンが正か負でボラティリティに与える影響が異なる可能性がある。そこで、本論文では出来高についても非対称性を考慮したモデルを使用する。本論文で用いる出来高の非対称性は、Maki（2024）によって導入された指標である。そこでの非対称性は、実現半分散と同様に、１日の出来高を日中のリターンが正と負で分解する。

正と負の要素に分解された出来高は次のようになる。

$$AV_t^+ = \sum_{j=1}^{n} TV_{t,j} I\{r_{t,j} \geq 0\} \tag{13}$$

$$AV_t^- = \sum_{j=1}^{n} TV_{t,j} I\{r_{t,j} < 0\} \tag{14}$$

(13)と(14)において、$TV_{t,j}$ は t 日における j 番目の日中の出来高である。

実現半分散、非対称ジャンプ、非対称出来高を含むモデル（RSV-AJAT）は以下に示される。

RSV-AJAT:

$$\ln RV_t = \alpha_0 + \alpha_1^+ \ln RSV_{t-1}^+ + \alpha_1^- \ln RSV_{t-1}^- + \alpha_2 \ln RV_{t-1}^w + \alpha_3 \ln RV_{t-1}^m + \beta^+ \ln(J_{t-1}^+ + 1) + \beta^- \ln(J_{t-1}^- + 1) + \phi^+ LAV_{t-1}^+ + \phi^- LAV_{t-1}^- + \epsilon_t \tag{15}$$

ここで、LAV^{+}_{t-1}=InAV^{+}_{t-1}、LAV^{-}_{t-1}=InAV^{-}_{t-1} である。これら非対称性を導入することは、ETF 間のボラティリティの特性について、その違いを明らかにするために有効である。例えば、株式 ETF では負の実現半分散が正の実現半分散よりボラティリティに与える影響が大きい一方で、商品 ETF は逆の状況が観測されるかもしれない。

RSV-AJAT モデルはリターンに依存する非対称性を持つ変数によって構成されている。リターン自体がボラティリティに与える影響として代表的な効果は、レバレッジ効果である。一般的に、レバレッジ効果はリターンとボラティリティの負の関係を表す。上記の非対称性を考慮する変数に付け加えて、レバレッジ効果の影響を明らかにするため、本論文では RSV-AJAT モデルにレバレッジ効果を考慮したモデルも使用する。

RSV-AJATL:

$$\ln RV_t = \alpha_0 + \alpha_1^{+} \ln RSV^{+}_{t-1} + \alpha_1^{-} \ln RSV^{-}_{t-1} + \alpha_2 \ln RV^{w}_{t-1} + \alpha_3 \ln RV^{m}_{t-1} + \beta^{+} \ln(J^{+}_{t-1}+1) + \beta^{-} \ln(J^{-}_{t-1}+1) + \phi^{+} LAV^{+}_{t-1} + \phi^{-} LAV^{-}_{t-1} + \gamma r_{t-1} I\{r_{t-1}<0\} + \epsilon_t \tag{16}$$

(16)では、$\gamma < 0$ のときに、$t-1$ 時点で負のリターンが観測されると t 時点でのボラティリティを増加させることになる[(3)]。

3．実証分析

本節では、前節で導入した３つのモデル HAR-JT(8)、RSV-AJAT(15)、RSV-AJATL(16)を使用して、ETF のボラティリティの特性を比較する。本論文で使用する ETF は、DIA、EEM、EFA、GLD、TLT、USO の６つである。DIA はダウ平均株価に連動する ETF、EEM は新興国の株価指数から構成されている ETF、EFA は北米以外の先進国株価指数に連動する ETF となる。GLD は金相場に連動することを目的とした ETF である。TLT は長期の米国債で構成された ETF であり、USO は WTI 原油価格に連動することを目的とした ETF である。本論文では、実現ボラティリティを求めるために、これらの ETF について kibot（http://www.kibot.com/）から入手した５分間隔の高頻度データを使用している。Liu, Patton, and Sheppard（2015）で指摘されているように、ノイズを回避しつつ高頻度データを用いて実現ボラティリティを求めるには５分間隔のデータが望ましい。実現ボラティリティを得るために使用したサンプル期間は、2009年２月２日から2022年７月１日までの3378日である。

表１は、実現ボラティリティの基本統計量

表１：実現ボラティリティの基本統計量

	DIA	EEM	EFA	GLD	TLT	USO
平均	0.067	0.076	0.057	0.044	0.041	0.285
中央値	0.029	0.044	0.027	0.027	0.025	0.155
最大値	3.848	1.730	4.116	1.250	2.308	49.27
最小値	0.001	0.003	0.002	0.002	0.001	0.005
標準偏差	0.178	0.116	0.123	0.062	0.088	1.049
歪度	12.12	6.824	15.21	7.446	15.70	33.65
尖度	192.5	69.72	398.7	93.30	321.7	1453.4
$Q(20)$	12851***	9034.94***	6593.1***	4788.14***	6589.9***	3130.44***

上記の統計量は、実現ボラティリティを1000倍して得られた値である。$Q(20)$は、20次までの系列相関を検定する Ljung-Box 統計量である。***、**、* は、それぞれ１％、５％、10％の有意水準であることを示す。

を示している。６つの ETF の中で、USO の実現ボラティリティは、最も大きな平均と標準偏差を持っている。中央値や最大値についても、明らかに他の ETF より大きい。株式を対象とする ETF である DIA、EEM、EFA を比較すると、EEM の平均が最も大きい一方で、標準偏差は DIA と EFA より小さい。GLD と TLT については、他の ETF に比べて小さな統計量となっている。20次までの系列相関の有無を検定する $Q(20)$ は、全ての ETF で１％の有意水準となっている。これは、ETF の実現ボラティリティが長期記憶を持っていることを示唆する。

表2.1、2.2、2.3はそれぞれ HAR-JT(8)、RSV-AJAT(15)、RSV-AJATL(16)の推定結果である。標準誤差の推定には、サンプル数に応じて系列相関の長さを自動的に考慮できる Newey-West 推定量を使用している。表2.1を見ると、全ての ETF で α_1、α_2、α_3 の推定値が１％の有意水準となっているが、ETF 間で実現ボラティリティに与える影響が異なる。DIA、EEM、EFA では、α_1 の推定値が最も大きいのに対して、GLD、TLT、USO では、α_2 または α_3 の推定値が α_1 の推定値よりも大きい。この結果は、株式を主体とする ETF である DIA、EEM、EFA は、前日（$t-1$ 期）のボラティリティが当日（t 期）のボラティリティに与える影響が大きい一方、商品や債券、資源の ETF では、前日よりも週平均や月平均のボラティリティが当日に大きな影響を与える傾向にあることを示している。ジャンプ項の係数である β と出来高の係数である ϕ については、GLD、TLT、USO において全て有意となっている。しかし、DIA では有意でなく、EEM は ϕ の推定値、EFA は β の推定値のみが有意となっている。これらの結果から、GLD、TLT、USO においては、ジャンプや出来高もボラティリティに明確な影響を与えていることがわかる。

RSV-AJAT の推定結果を示している表2.2では、非対称性を導入することで表2.1と異なる結果が観察される。実現半分散の係数である α_1^+ と α_1^- の推定値を比較すると、DIA、EEM、EFA、USO において、α_1^- の推定値が α_1^+ の推定値よりも大きい。これは、日中の負のリターンに基づくボラティリティが翌日のボラティリティにより大きな影響を与えることを意味する。対照的に、GLD と TLT は α_1^+ の推定値が α_1^- の推定値よりも大きい。ジャンプと出来高の非対称性について見ると、非対称性の導入によって HAR-JT モデルでは明らかにされなかった ETF の実現ボラティリティの特性がわかる。例えば、HAR-JT モデルでは、DIA のジャンプ係数 β と出来高係数 ϕ の推定値が有意ではなかった。しかし、非対称性を導入することで、ジャンプ係数と出来高係数に有意性が確認できる。特に出来高の係数である ϕ^+ は負の係数、ϕ^- は正の係数であり、明確な非対称が存在する。他の ETF でも同様に、日中の負のリターンに基づく出来高が翌日のボラティリティを増加させる効果を持っている。

他の非対称性の要素であるレバレッジ効果を考慮した RSV-AJATL モデルでは、RSV-AJAT のモデルと比較して、異なる非対称性の影響が現れている。まず、全ての ETF において γ の推定値は負で１％有意水準となっており、レバレッジ効果が観察される。RSV の係数である α_1^+ と α_1^- について見ると、DIA、EEM、EFA、USO において α_1^+ の推定値が α_1^- より大きい。これは表2.2の結果と対照的である。負のリターンの効果をモデルに直接導入することで、負のリターンに依存する α_1^- の効果が弱まったと考えられる。出来高の係数についても表2.2と異なる結果が観察される。表2.2では DIA と USO の ϕ^+ の推定値は有意であったが、表2.3の結果は有意性を示していない。しかし、DIA、GLD、USO の ϕ^- の推定値は正で有意であり、日中の負のリターンに基づく出来高がボラティリティを増加させる効果を持つ。ま

表2.1：HAR-JT モデルの推定結果

	DIA	EEM	EFA	GLD	TLT	USO
α_0	-1.317***	-2.720***	-1.431**	-4.719***	-2.874***	-1.640***
α_1	0.478***	0.372***	0.405***	0.149***	0.219***	0.279***
α_2	0.293***	0.290***	0.309***	0.252***	0.382***	0.420***
α_3	0.143***	0.233***	0.221***	0.422***	0.268***	0.206***
β	455.4	-855.3	-1442.7**	-2571.6***	-1992.2**	-0.554.3***
ϕ	0.024	0.091***	0.041	0.174***	0.090***	0.053***
Adj.R^2	0.705	0.640	0.717	0.473	0.532	0.689

表2.2：RSV-AJAT モデルの推定結果

	DIA	EEM	EFA	GLD	TLT	USO
α_0	-1.284***	-2.562***	-0.874	-4.366***	-2.639***	-1.579***
α_1^+	0.183***	0.148***	0.142***	0.130***	0.148***	0.097***
α_1^-	0.253***	0.196***	0.249***	0.031	0.076***	0.166***
α_2	0.318***	0.302***	0.321***	0.242***	0.379***	0.420***
α_3	0.147***	0.236***	0.222***	0.418***	0.264**	0.209***
β^+	1279.2**	-1035.5	-4047.0**	-2656.2***	-3113.9**	-309.0
β^-	-192.8	484.7	489.4	-2093.6**	-947.4	-623.5***
ϕ^+	-0.130***	-0.020	-0.014	-0.019	0.021	-0.049*
ϕ^-	0.167***	0.114***	0.041	0.186***	0.068**	0.108***
Adj.R^2	0.709	0.642	0.719	0.474	0.535	0.690

表2.3：RSV-AJATL モデルの推定結果

	DIA	EEM	EFA	GLD	TLT	USO
α_0	-1.581***	-2.249***	-0.836	-4.212***	-2.758***	-1.643***
α_1^+	0.253***	0.228***	0.214***	0.168***	0.201***	0.140***
α_1^-	0.149***	0.096***	0.148***	-0.029	0.011	0.105***
α_2	0.313***	0.301***	0.321***	0.244***	0.369***	0.415***
α_3	0.154***	0.243***	0.231***	0.430***	0.267***	0.219***
β^+	1689.6***	-478.2	-2502.6	-2378.1***	-2922.1**	-243.6
β^-	-482.6	-680.1	-904.3	-3838.1***	-1195.8	-885.3***
ϕ^+	-0.050	0.022	0.013	0.027	0.046	-0.014
ϕ^-	0.079**	0.039	-0.007	0.118***	0.034	0.065**
γ	-25.57***	-20.58***	-23.67***	-19.00***	-15.20***	-6.887***
Adj.R^2	0.716	0.649	0.724	0.478	0.539	0.693

***、**、* は、それぞれ１％、５％、10％の有意水準であることを示す。Adj.R^2は、自由度修正済決定係数を示す。

た、RSV-AJATL モデルは HAR-JT と RSV-AJAT モデルと比較して、全ての ETF で最も高い決定係数となっている。これらの結果から、非対称性の導入とレバレッジ効果がボラティリティを説明する際に有効であることが分かる。

次に、各 ETF において、モデル間のサンプル外の予測精度を比較する。サンプル外の予測値を得るために、1,000日もしくは2,000日分のサンプルデータを保ちながら回帰係数を推定する。例えば、t =1,001の予測値を得るためには、t = 1 から t =1,000のデータを用いてモデル推定し､予測値を求める。次に、t =1,002の予測値を得るためには、t = 2 から t =1,001のデータを用いる。このように、1,000日分もしくは2,000日分のデータを保ちつつ、１期ずつ移動させながら回帰分析を行い予測値を算出する。本論文では予測精度の評価を行う際に、次の平均二乗誤差（Mean squared error）と擬似尤度（Quasi-likelihood）を使用する。

$$\mathrm{MSE} = (\ln RV_t - \ln \hat{RV}_t)^2 \tag{17}$$

$$\mathrm{QLIKE} = \frac{RV_t}{\hat{RV}_t} - \ln\left(\frac{RV_t}{\hat{RV}_t}\right) - 1 \tag{18}$$

ここで、$\hat{RV}_t$ は、$t-1$ 期までのデータを使用して得られる RV_t の予測値である。対数モデルから得た予測値 $\ln \hat{RV}_t$ からレベルの予測値 $\hat{RV}_t$ は、誤差項の正規分布を仮定し、残差分散の推定値 $\hat{\sigma}^2$ を用いて、exp[ln $\hat{RV}_t + \hat{\sigma}^2/2$] として得られる。MSE は対称な損失関数である一方、QLIKE は非対称な損失関数となる。Patton（2011a, b）でも指摘されているように MSE と QLIKE はノイズの多い状況においても損失関数として効果的な性質を持つ。

予測精度の比較には、Diebold and Mariano（1995）によって提案された DM 検定と包括検定（Emcompassing test）を使用する。DM 検定の帰無仮説は、２つのモデルが同じ予測精度を持つことであり、対立仮説は２つのモデルの予測精度が異なることを示す。帰無仮説と対立仮説は次のように記述される。

$$H_0 : E(d_t) = 0, \qquad H_1 : E(d_t) \neq 0 \tag{19}$$

（19）において、$d_t = L_{i,t} - L_{j,t}$ は損失差であり、$L_{i,t}$ と $L_{j,t}$ は２つの比較モデルの損失関数を示す。DM 検定の統計量は下記に与えられる。

$$DM = \frac{\bar{d}}{\hat{\sigma}_{\bar{d}}} \xrightarrow{p} N(0,1) \tag{20}$$

$\bar{d}$ は d_t の平均であり、$\hat{\sigma}_{\bar{d}}$ は $\bar{d}$ の標準偏差の一致推定量である。$\hat{\sigma}_{\bar{d}}$ を得るには、Newey-West 推定量が使用される。基準となるモデルの損失関数の値は L_i、比較対象となるモデルの損失関数の値は L_j となる。基準となるモデルの損失が大きく、比較モデルの予測精度が高ければ、DM 検定の統計量は正の値を取り、大きくなる。その一方で、基準モデルの予測精度が良ければ、DM 検定の統計量は負の値を取る。

表3.1は、1,000日分（T =1,000）のデータを保って得られた予測値に関する DM 検定の結果である。表3.2は、2,000日分（T =2,000）のデータを使用した結果である。まず、基準モデル HAR-JT と比較モデル RSV-AJAT の分析では、T =1,000において、GLD 以外の ETF の DM 統計量が有意で正となっている。これは、RSV-AJAT モデルの予測が HAR-JT モデルよりも高い精度であったことを意味する。しかし、T =2,000では２つのモデルに明確な差は観察されない。基準モデル HAR-JT と比較モデル RSV-AJATL の分析では、DIA、EEM、EFA、TLT の DM 統計量が T =1,000と T =2,000において有意となっている。したがって、非対称性に付け加えてレバレッジ効果を導入することで実現ボラティリティの予測精度が高まっている。さらに、基準モデル RSV-AJAT と比較モデル RSV-AJATL では、DIA、EEM、EFA の株式 ETF で DM 統計量が有意である。これらの結果から、株式 ETF については非対称性とレバレッジ効果を考慮することが予測精度を高める｡一方で、GLD、TLT、USO については、非対称性の予測精度に与える効果は、予測に使用される

表3.1：Diebold-Marianotest の結果（T=1,000）

	DIA	EEM	EFA	GLD	TLT	USO
(HAR-JT) - (RSV-AJAT)						
MSE	1.805*	1.547	2.951***	1.384	1.691*	1.710*
QLIKE	1.918*	1.695*	2.358**	1.346	2.451**	1.875*
(HAR-JT) - (RSV-AJATL)						
MSE	3.267***	3.744***	3.802***	2.056**	2.542**	2.594***
QLIKE	2.711***	3.620***	2.775***	2.875***	2.150**	1.374
(RSV-AJAT) - (RSV-AJATL)						
MSE	2.957***	3.189***	2.719***	1.427	1.777*	1.978**
QLIKE	2.600***	2.728***	2.134**	2.238**	1.048	0.445

表3.2：Diebold-Marianotest の結果（T=2,000）

	DIA	EEM	EFA	GLD	TLT	USO
(HAR-JT) - (RSV-AJAT)						
MSE	1.276	0.707	1.575	0.927	-0.268	0.683
QLIKE	1.186	0.962	2.031**	0.915	-0.169	1.226
(HAR-JT) - (RSV-AJATL)						
MSE	2.154**	3.524***	2.393**	0.386	1.946*	1.154
QLIKE	2.391**	3.050***	2.194**	0.248	1.759*	0.585
(RSV-AJAT) - (RSV-AJATL)						
MSE	2.024**	3.205***	1.945*	0.023	1.566	1.096
QLIKE	2.523**	2.618***	1.539	-0.073	1.285	-0.078

***、**、* は、それぞれ１％、５％、10％の有意水準であることを示す。

データが大きくなると弱まることがわかる。この結果は、長期間（T =2,000）のデータを使用するときには回帰係数に構造変化が起こっている可能性があり、非対称性を考慮したモデルの予測精度が T =1,000のときよりも低下していることを示唆している。

もう１つの予測精度の比較として用いる包括検定は、次の回帰分析から検証する。

$$\ln RV_t = \delta_0 + \delta_1 \ln \hat{RV}_t(\text{HAR-JT}) + \delta_2 \ln \hat{RV}_t(\text{RSV-AJAT}) + e_t \tag{21}$$

$$\ln RV_t = \delta_0 + \delta_1 \ln \hat{RV}_t(\text{HAR-JT}) + \delta_2 \ln \hat{RV}_t(\text{RSV-AJATL}) + e_t \tag{22}$$

$$\ln RV_t = \delta_0 + \delta_1 \ln \hat{RV}_t(\text{RSV-AJAT}) + \delta_2 \ln \hat{RV}_t(\text{RSV-AJATL}) + e_t \tag{23}$$

ここで、$\ln \hat{RV}_t$(HAR-JT)、$\ln \hat{RV}_t$(RSV-AJAT)、$\ln \hat{RV}_t$(RSV-AJATL）は、それぞれHAR-JT モデル、RSV-AJAT モデル、RSV-AJATL モデルの予測値である。e_t は誤差項を示す。包括検定は、回帰係数の有意性を通して予測精度の比較を行う。例えば、(21)において $\delta_1 \neq 0$、$\delta_2 = 0$ であれば、非対称性を考慮することは冗長であり、予測する際に追加的な情報を含まないことを意味する。対照的に、$\delta_1 = 0$、$\delta_2 \neq 0$であれば、RSV-AJAT が HAR-JT の情報に付け加え、予測精度を高める情報を含んでいることを示唆

表4.1：包括検定の結果（T=1,000）

	DIA	EEM	EFA	GLD	TLT	USO
(HAR-JT) - (RSV-AJAT)						
δ_0	0.261	-0.078	0.038	0.055	0.087	-0.111
δ_1	0.192	0.178	0.063	0.086	-0.050	0.158
δ_2	0.832***	0.814***	0.941***	0.918***	1.060***	0.832***
Adj.R^2	0.696	0.534	0.632	0.412	0.532	0.724
(HAR-JT) - (RSV-AJATL)						
δ_0	0.221	-0.096	0.015	0.026	0.079	-0.136
δ_1	0.121	-0.070	-0.012	0.045	0.050	0.118
δ_2	0.900***	1.061***	1.015***	0.965***	0.958***	0.869***
Adj.R^2	0.705	0.544	0.641	0.417	0.536	0.728
(RSV-AJAT) - (RSV-AJATL)						
δ_0	0.218	-0.094	0.023	0.039	0.086	-0.136
δ_1	0.128	-0.086	0.029	0.135	0.139	0.149
δ_2	0.892***	1.077***	0.974***	0.867***	0.870***	0.837***
Adj.R^2	0.705	0.544	0.641	0.417	0.536	0.728

表4.2：包括検定の結果（T=2,000）

	DIA	EEM	EFA	GLD	TLT	USO
(HAR-JT) - (RSV-AJAT)						
δ_0	0.419	0.132	-2.287	0.471	0.559	-0.053
δ_1	0.207	0.275	0.154	0.138	0.606*	0.286
δ_2	0.829***	0.736**	0.578***	0.906**	0.448	0.713**
Adj.R^2	0.752	0.582	0.545	0.479	0.617	0.629
(HAR-JT) - (RSV-AJATL)						
δ_0	0.323	0.079	-2.303***	0.484	0.480	-0.198
δ_1	0.207	-0.226	0.060	0.438	-0.130	0.200
δ_2	0.821***	1.233***	0.671***	0.608*	1.176***	0.781**
Adj.R^2	0.760	0.594	0.550	0.481	0.621	0.635
(RSV-AJAT) - (RSV-AJATL)						
δ_0	0.319	0.084	-2.312***	0.483	0.497	-0.201
δ_1	0.212	-0.284	0.026	0.536	0.025	0.228
δ_2	0.816***	1.291***	0.704***	0.510	1.023***	0.753***
Adj.R^2	0.760	0.594	0.550	0.481	0.621	0.633

***、**、* は、それぞれ１％、５％、10％の有意水準であることを示す。Adj.R^2は、自由度修正済決定係数を示す。

する。表4.1と表4.2は、それぞれ T =1,000と T =2,000のデータを使用して得られた予測値を用いた包括検定の結果である。GLDと TLT の一部の結果を除き、$\delta_2 \neq 0$であり、(21) と(22) では RSV-AJAT モデル、(22) と(23) では RSV-AJATL モデルの予測精度が高い。したがって、包括検定からも非対称性やレバレッジ効果を用いることで実現ボラ

ティリティの予測精度が上昇すると言える。これらサンプル外の予測精度の比較からも、非対称性を考慮することで、実現ボラティリティの予測精度を改善することができる。

4．結　　論

本論文は、代表的な ETF の実現ボラティリティについて、それぞれどのような特徴を持つかを検証し、それらのモデルの予測精度を比較した。使用した ETF は、株式 ETF である DIA、EEM、EFA に付け加え、金市場を対象としている GLD、長期の米国債で構成された TLT、原油市場を対象とした USO である。実証分析では、実現ボラティリティ、ジャンプ、出来高に非対称性を考慮し、さらにレバレッジ効果を導入したモデルを用いて分析を行った。いずれの ETF についても、推定結果から実現半分散、ジャンプ、出来高の非対称性やレバレッジ効果が観測された。株式 ETF である DIA、EEM、EFA ではジャンプと出来高のボラティリティへの影響が限定的であったのに対し、GLD、TLT、USO ではそれらの効果が明確に見られた。レバレッジ効果は全ての ETF について観察された。また、サンプル外の予測精度の評価については、特に株式 ETF である DIA、EEM、EFA に非対称性とレバレッジ効果が考慮されると高い予測精度を得られることが示された。これらの結果は、ETF の特性を明らかにする場合や予測をする際に非対称性やレバレッジ効果の導入が有効となることを示唆する。本論文では限られた変数を用いて非対称性を考慮した分析を行ったが、さらなる精緻なモデルを使用することで、多くの ETF の特性をより明確にすることが可能となり、資産リスクや市場リスクの把握を必要とする投資家や政策当局にとって重要な情報を提供できるだろう。それらを含むさらなる分析は、今後の検討課題とする。

謝　辞

本研究は、信託研究奨励金の助成を受けて行われた。

【参考文献】

Andersen, T. G.（1996）Return volatility and trading volume: An information flow interpretation of stochastic volatility, *Journal of Finance* 51, 169-204.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., Diebold, F.X.（2007）Roughing it up: including jump components in the measurement, modeling, and forecasting of return volatility, *The Review of Economics and Statistics* 89, 701-720.

Asai, M., McAleer, M., Medeiros, M.（2012）Asymmetry and long memory in volatility modeling, *Journal of Financial Econometrics* 10, 495-512.

Audrino, F., Hu, Y.（2016）Volatility forecasting: downside risk, jumps and leverage effect, *Econometrics* 4（1）, 8.

Barndorff-Nielsen, O.E., Shephard, N.（2004）Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps, *Journal of Financial Econometrics* 2, 1-37.

Barndorff-Nielsen, O.E., Kinnebrock, S., Shephard, N.（2010）Measuring downside risk - realised semivariance, in T. Bollerslev, J. Russell, and M. Watson, eds., *Volatility and time series econometrics: essays in honor of Robert F. Engle*（New York: Oxford University Press）, 117-136.

Ben-David, I., Franzoni, F., Moussawi, R.（2018）Do ETFs increase volatility? *Journal of Finance* 73, 2471-2535.

Chen, X., Ghysels, E.（2011）News-good or bad-and its impact on volatility predictions over multiple horizons get access arrow, *Review of Financial Studies* 24, 46-81.

Corsi, F.（2009）A simple approximate

long-memory model of realized volatility, *Journal of Financial Econometrics* 7, 174–196.

Corsi, F., Renò, R.（2012）Discrete-time volatility forecasting with persistent leverage effect and the link with continuous-time volatility modeling, *Journal of Business & Economic Statistics* 30, 368–380.

Diebold, F.X., Mariano, R.S.（1995）Comparing predictive accuracy, *Journal of Business & Economic Statistics* 13, 253–265.

Karpoff, J. M.（1987）The relation between price changes and trading volume: A survey, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22, 109–126.

Liebi, L.J.（2020）The effect of ETFs on financial markets: a literature review, *Financial Markets and Portfolio Management* 34（2）165–178.

Liu, M., Lee, C. C., Choo, W. C.（2021）An empirical study on the role of trading volume and data frequency in volatility forecasting, *Journal of Forecasting* 40, 792–816.

Liu, L. Y., Patton, A. J., Sheppard, K.（2015）Does anything beat 5-minute RV? A Comparison of realized measures across multiple asset classes, *Journal of Econometrics* 187, 293–311.

Louhichi, W.（2011）What drives the volume-volatility relationship on Euronext Paris? *International Review of Financial Analysis* 20, 200–206.

Maki, D.（2024）Asymmetric effect of trading volume on realized volatility, *International Review of Economics and Finance* 94（Article 103388）, 1–17.

Maki, D., Ota, Y.,（2021）Impacts of asymmetry on forecasting realized volatility in Japanese stock markets, *Economic Modelling* 101, 105533, 1–9.

Patton, A. J.（2011a）Data-based ranking of realised volatility estimators, *Journal of Econometrics* 161, 284–303.

Patton, A. J.（2011b）Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies, *Journal or Econometrics* 160, 246–256.

Patton, A.J., Sheppard, K.（2015）Good volatility, bad volatility: signed jumps and the persistence of volatility, *The Review of Economics and Statistics* 97, 683–697.

Prokopczuk, M., Symeonidis, L., Simen, C.W.（2016）Do jumps matter for volatility forecasting? Evidence from energy markets, *The Journal of Futures Markets* 36, 758–792.

Qiao, G., Jiang, G., Yang, J.（2022）VIX term structure forecasting: New evidence based on the realized semi-rariana International *Review of Financial Analysis* 82（102199）, 1–18.

Shahzad, H., Duong, H. N., Kalev, P. S., Singh, H.（2014）Trading volume, realized volatility and jumps in the Australian stock market, *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money* 31, 414–430.

Tauchen, G., Zhou, H.（2011）Realized jumps on financial markets and predicting credit spreads, *Journal of Econometrics* 160, 102–118.

Tseng, T. C., Lee, C. C., Chen, M. P.（2015）Volatility forecast of country ETF: The sequential information arrival hypothesis, *Economic Modelling* 47, 228–234.

Wang, H., Xue, L.（2019）Do exchange-traded fund flows increase the volatility of the underlying index? Evidence from the emerging market in China, *Accounting & Finance* 58, 1525–1548.

Xu, Y., Bouri, E., Saeed, T., and Wen, Z.

（2020）Intraday return predictability: Evidence from commodity ETFs and their related volatility indices, *Resources Policy* 69, 101830, 1-10.

吉田靖（2021）日本の ETF 市場のマーケット・マイクロストラクチャー –ボラティリティの SIML 推定–、信託研究奨励金論集42号、36–44。

渡部敏明（2020）Heterogeneous Autoregressive モデル –サーベイと日経225株価指数の実現ボラティリティへの応用– 広島経済大学経済研究論集、第42巻 3 号、5–18。

【注】

（1）Andersen et al.（2007）や Corsi and Renò（2012）では、実現ボラティリティを連続的な要素とジャンプの要素に分解した変数を導入している。本研究では、ジャンプの要素そのものが実現ボラティリティに与える影響を検証している。

（2）Barndorff-Nielsen et al.（2010）や Patton and Sheppard（2015）では、異なるタイプの非対称性ジャンプを提案している。また、Tauchen and Zhou（2011）や Prokopczuk et al.（2016）ではジャンプ項 J_t の平方根を取った変数を使用している。

（3）Asai, McAleer, and Medeiros（2012）や渡部（2020）では、他のタイプのレバレッジ関数を使用している。

（まき・だいき）